



## Test 9

### Pregătire pentru Concursul de Matematică „Traian Lalescu”, 2021

#### Barem de corectare

1.  $x = 20$  (10p)
2. Cum  $2021 : 9 = 224$  (rest 5), vom folosi 224 cifre de 9 (5p), iar numărul este  $\underbrace{100 \dots 04}_{1795 \text{ cifre}} \underbrace{99 \dots 9}_{224 \text{ cifre}}$ . (5p)
3.  $29 + 24 + 1 = 54$  bile. (10p)
4. Dan face 1 săritură în 2 secunde, deci în 6 secunde parcurge 202 centimetri (prin cele 3 sărituri). (5p)  
Atunci, într-un minut (adică 60 secunde), Dan parcurge 2020 centimetri. (5p)
5. Notăm cu  $\overline{abc}$  numărul inițial. Dacă  $c \geq 1$ , atunci predecesorul numărului inițial este  $\overline{ab(c-1)}$ , iar suma cifrelor sale este cu 1 mai mică decât suma cifrelor numărului inițial (ceea ce contrazice problema). Prin urmare  $c = 0$ . (7p)  
Dacă  $b \geq 1$ , atunci predecesorul numărului inițial este  $\overline{a(b-1)9}$ , iar suma cifrelor sale este cu 8 mai mare decât suma cifrelor numărului inițial (nici acest caz nu convine). Astfel, trebuie ca  $b = 0$ . (7p)  
Prin urmare numărul inițial este de forma  $\overline{a00}$ , cu cifra  $a$  nenulă, iar predecesorul este de forma 99 sau  $\overline{(a-1)99}$ . În total sunt 9 astfel de numere. (6p)
6. Din  $n = 20 \cdot x + 9$  și  $5 \cdot n = 101 \cdot y + 44$  (7p), obținem prin înmulțire că  $101 \cdot n = 2020 \cdot x + 909$  și  $100 \cdot n = 2020 \cdot y + 880$ . (7p) Prin scăderea ultimelor două egalități obținem  $n = 2020 \cdot (x - y) + 29$ , deci restul este 29. (6p)
7. Șirul dat este format după regula: o dată 1, de 2 ori 2, de 3 ori 3, de 4 ori 4 etc. Observăm că, dacă scriem toate numerele naturale de la 1 la  $n$  (inclusiv), după regula dată, sunt în total  $n \cdot (n+1) : 2$  termeni. (5p) Cum  $18 \cdot 19 : 2 = 171$ , deducem că se scriu 171 de termeni pentru a folosi numerele naturale de la 1 la 18. (10p) Obținem că pe poziția 170 se va afla numărul 18. (5p)